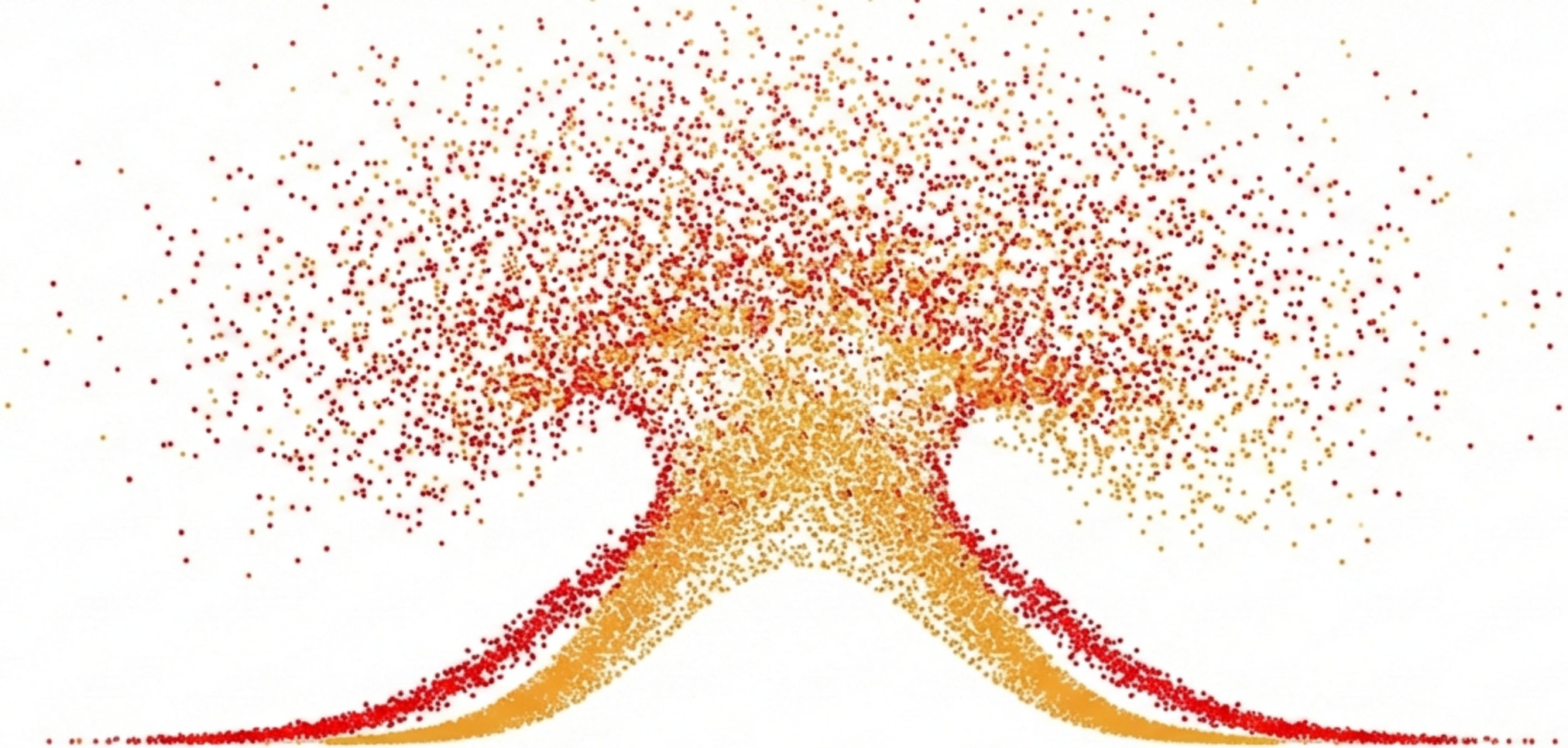


Olasılık Teorisi

NotebookLM

Temel Kavramlar



Deney (Experiment)

İncelenen herhangi bir belirsiz süreç.
Örnek: Bir paranın havaya atılması.



Sonuç (Outcome)

Deneyin gözlemlenen çıktısı.
Örnek: 'Yazı' gelmesi.



Örneklem Uzayı (Sample Space)

Mümkün olan tüm sonuçların kümesi.
S = {Y, T}



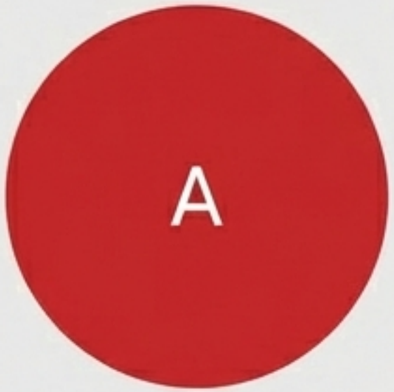
Olay (Event)

İlgilenilen belirli sonuçlar kümesi.
Örnek: E = {Y}

Formül: P(E) = n(E) / n(S)

NotebookLM

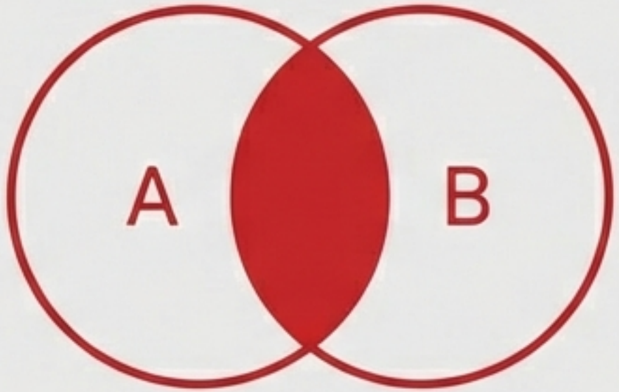
Olasılık Türleri



Marjinal Olasılık

Tek bir olayın gerçekleşme olasılığı.

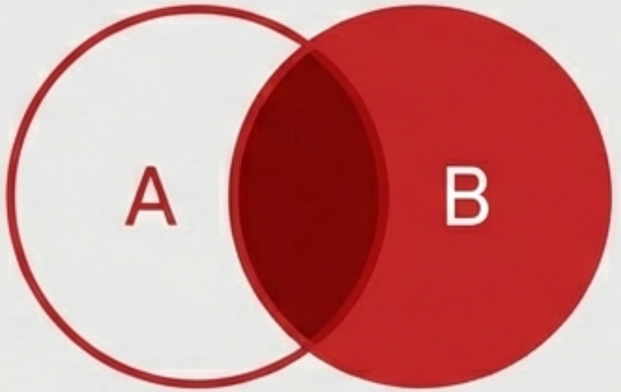
Örnek: P(Yazı) = 0.5



Bileşik (Joint) Olasılık

İki veya daha fazla olayın birlikte gerçekleşmesi.

Örnek: P(A, B) = 0.027



Koşullu (Conditional) Olasılık

A olayı gerçekleştiğinde B olayının gerçekleşme olasılığı.

P(B|A)

Örnek: 52'lik desteden ardışık kupa çekme olasılığı (Geri koymaksızın): 12/51

NotebookLM

Bağımsızlık ve Bağımlılık

Bağımsız Olaylar (Independent)

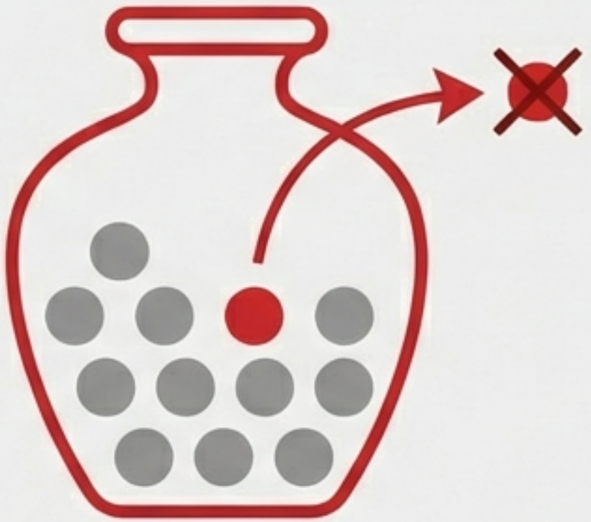


Bir olayın gerçekleşmesi diğerini etkilemez.

Örnek: Ardışık yazı-tura atışları.

$$P(B|A) = P(B)$$

Bağımlı Olaylar (Dependent)



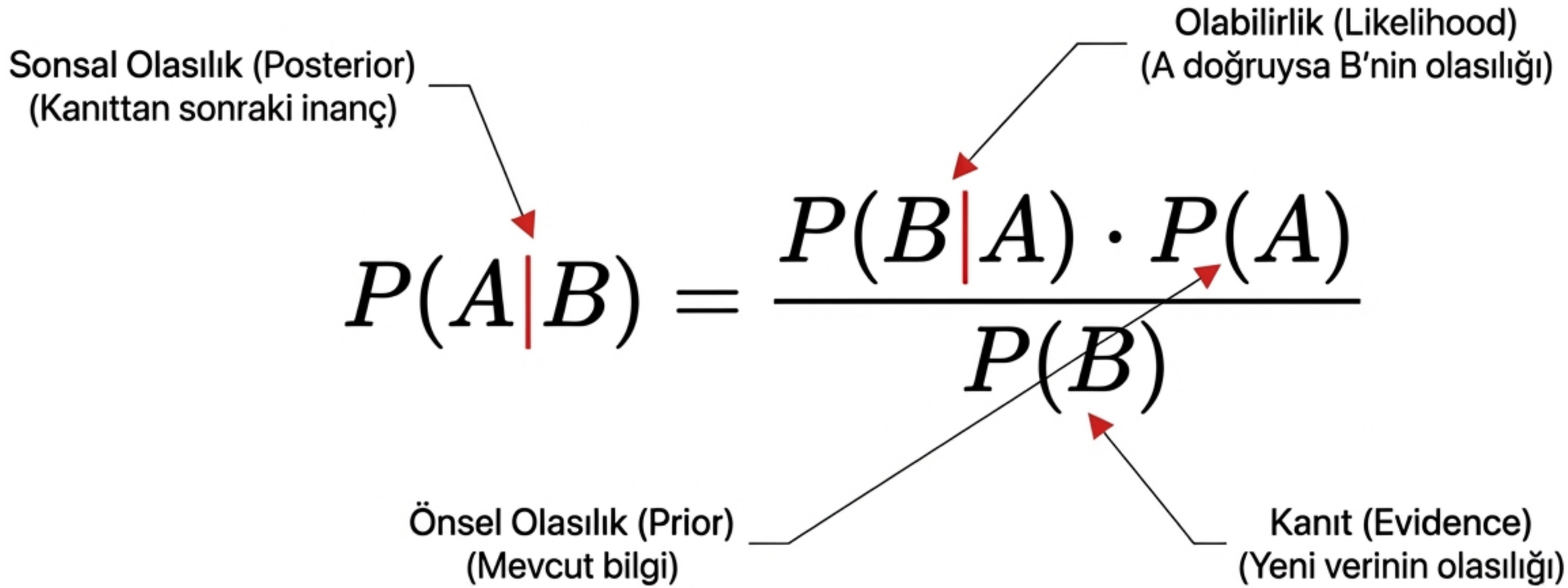
Bir olayın gerçekleşmesi, diğerinin olasılığını değiştirir.

Örnek: Geri koymadan top çekme.
İlk seçim, örneklem uzayını değiştirir.

NotebookLM

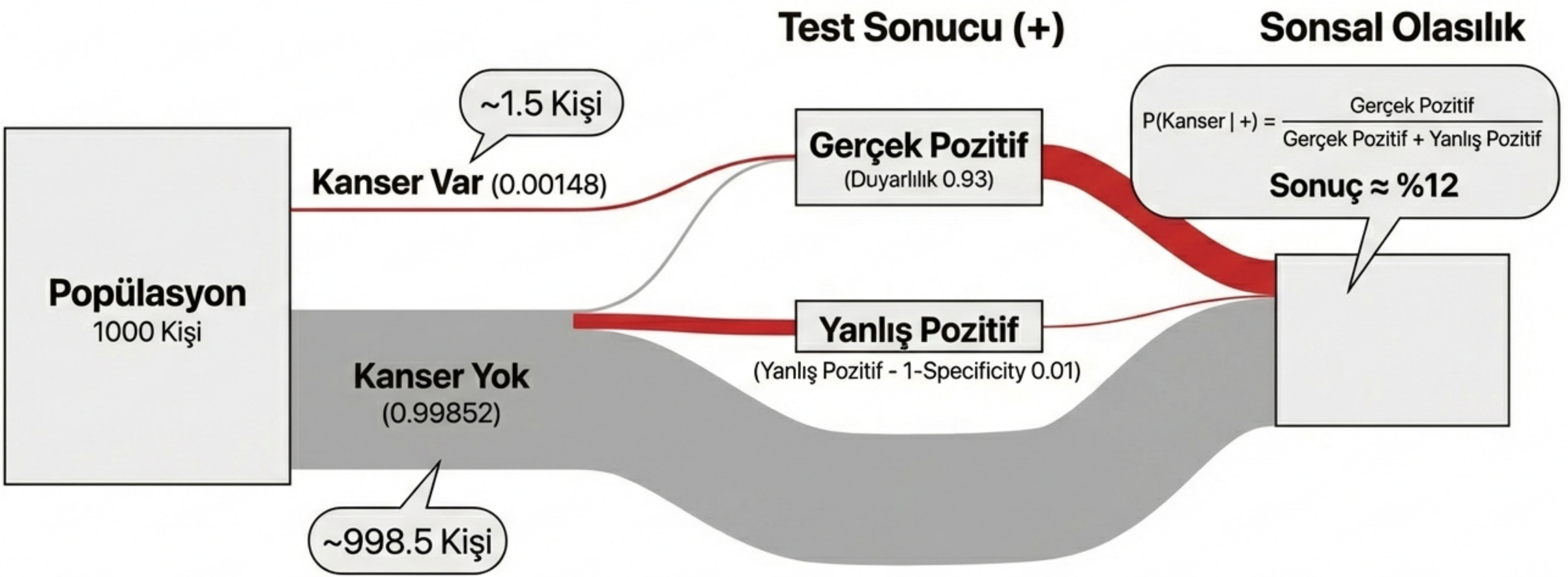
Bayes Teoremi

İnançlarımızı yeni kanıtlarla güncellemek.



NotebookLM

Bayes Uygulaması: Kanser Testi Örneği



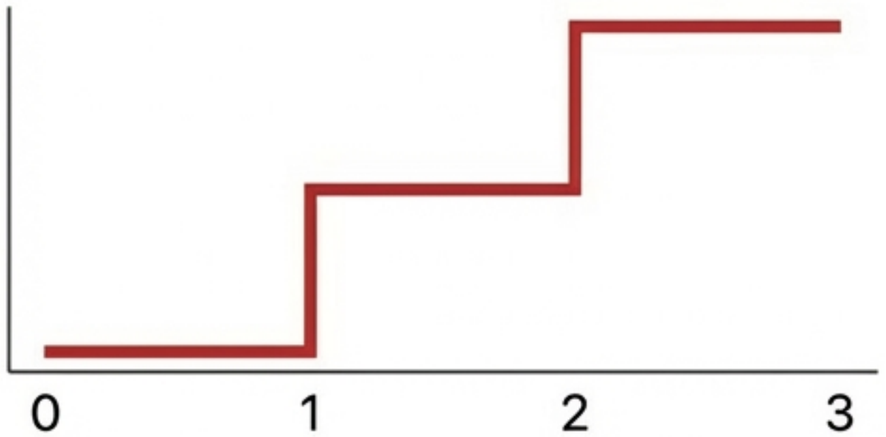
Düşük temel oran (base rate) nedeniyle, pozitif bir test sonucu bile sadece **%12 kanser ihtimali** taşır.

NotebookLM

Rassal Değişkenler (Random Variables)

Bir deneyin sonuçlarını sayısal değerlere dönüştüren fonksiyon (X).

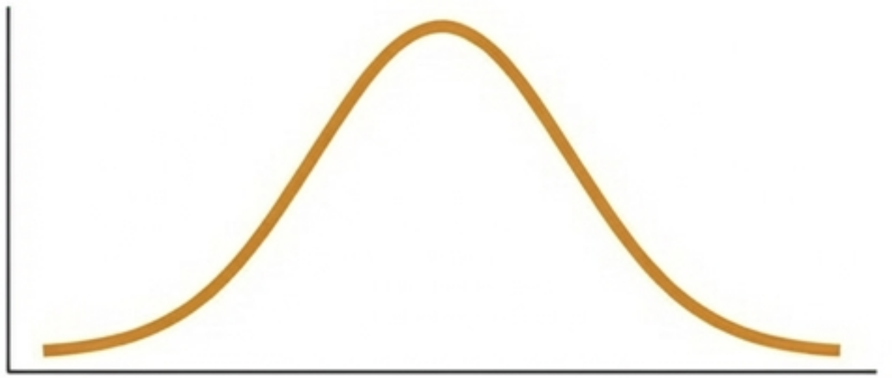
Kesikli (Discrete)



- Sayılabilir değerler.
- Tamsayı değerler alır.
- Örnek: Yazı-tura sayısı (0, 1, 2).



Sürekli (Continuous)

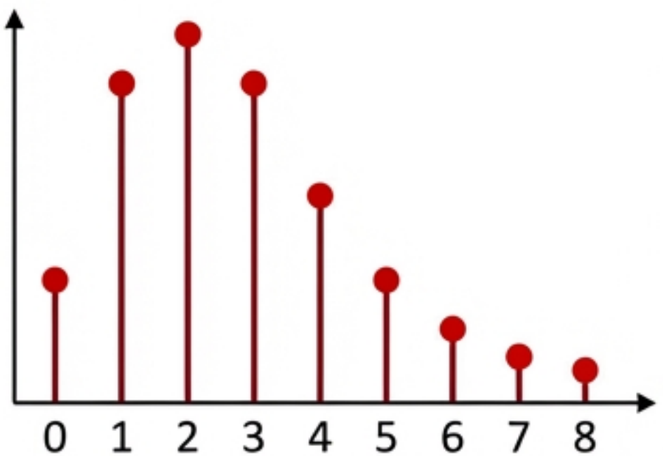


- Bir aralıktaki sonsuz değerler.
- Kesirli/ondalık değerler alabilir.
- Örnek: Süre, Sıcaklık, Hız.

NotebookLM

Olasılık Fonksiyonları

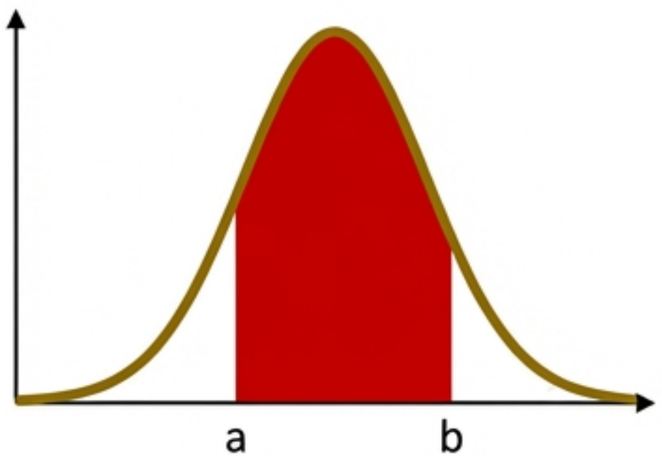
Olasılık Kütle Fonksiyonu (PMF)



Kesikli Değişkenler

Belirli bir noktadaki olasılık: P(X=x)

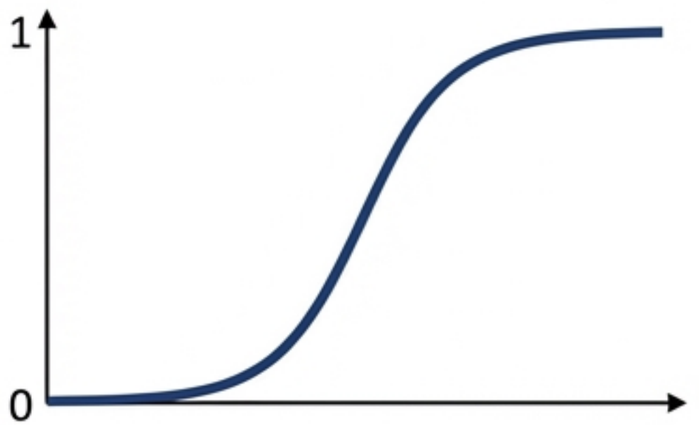
Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (PDF)



Sürekli Değişkenler

Bir aralıktaki olasılık (Eğri altındaki alan).

Birikimli Dağılım Fonksiyonu (CDF)



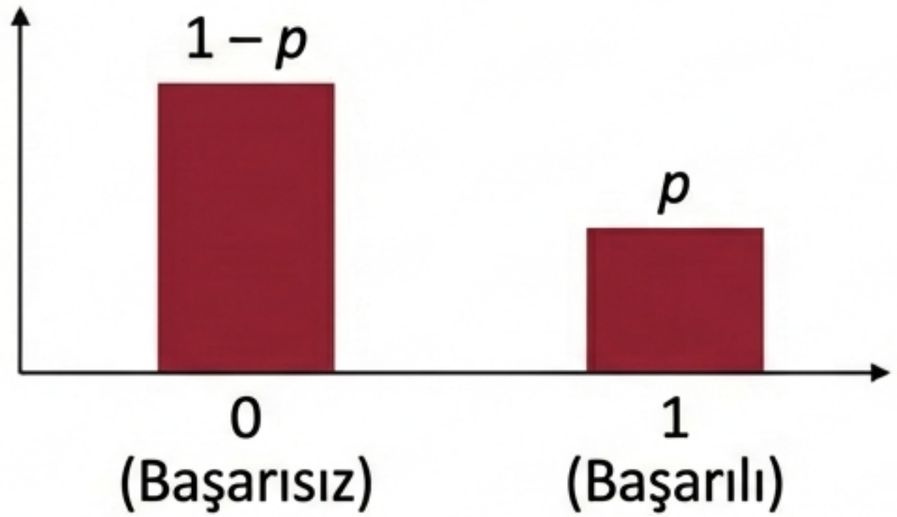
Her İki Tür

Belirli bir değere eşit veya küçük olma olasılığı.

NotebookLM

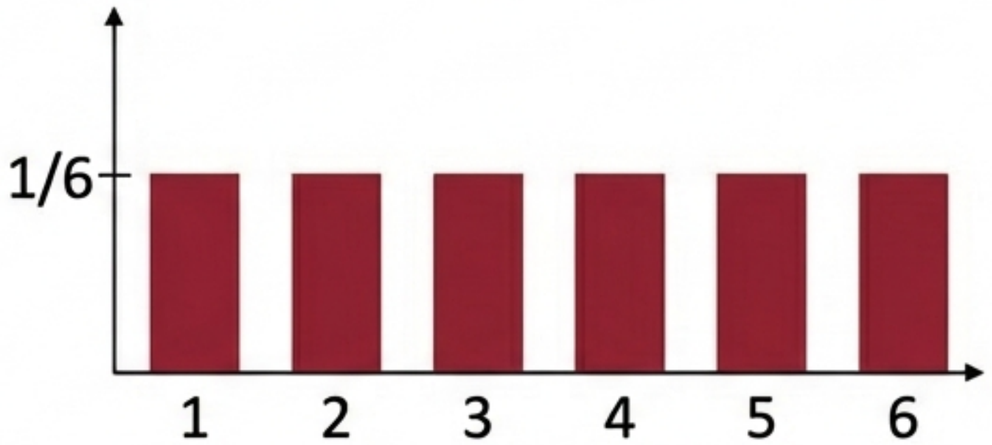
Kesikli Dağılımlar: Temel Bloklar

Bernoulli Dağılımı



- Tek deneme.
- Parametre: *p* (Başarı olasılığı).
- Örnek: Tek yazı-tura.

Düzgün (Uniform) Dağılım



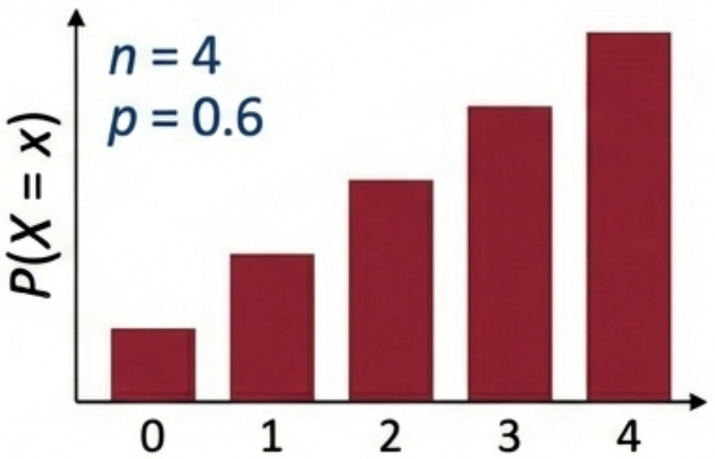
- Eşit olasılıklı sonlu sonuçlar.
- Olasılık: 1/n.
- Örnek: Zar atma.

NotebookLM

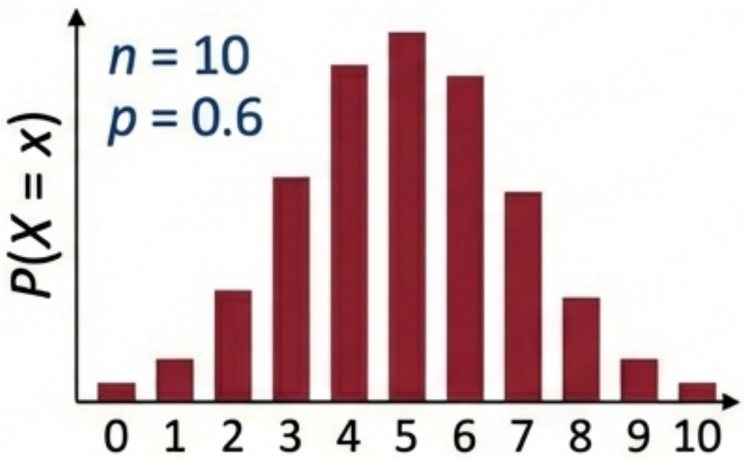
Kesikli Dağılımlar: Binom Dağılımı

Tekrar eden Bernoulli denemeleri.

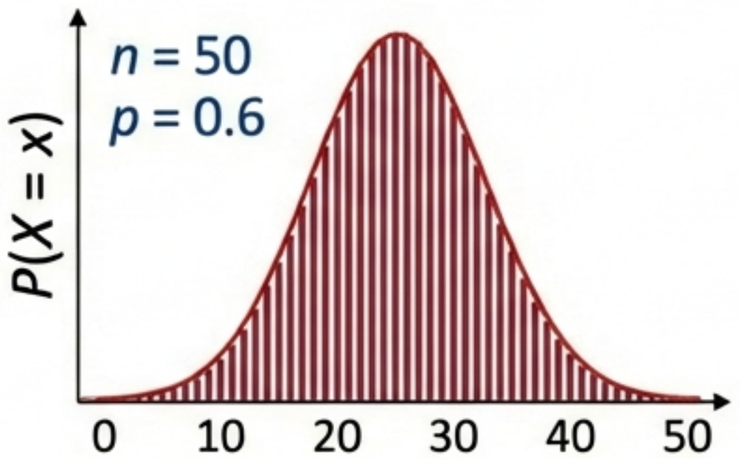
n = 4 (Çarpık)



n = 10 (Daha Simetrik)



n = 50 (Çan Eğrisi)

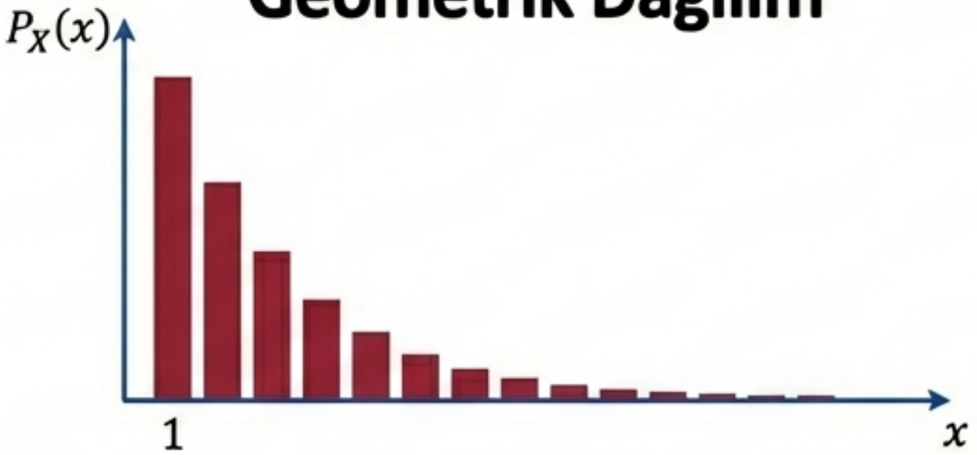


Tanım: n bağımsız denemede toplam başarı sayısı.
Notasyon: $X \sim \text{Binomial}(n, p)$
Örnek: 10 hastada ilacın etki etme sayısı.

NotebookLM

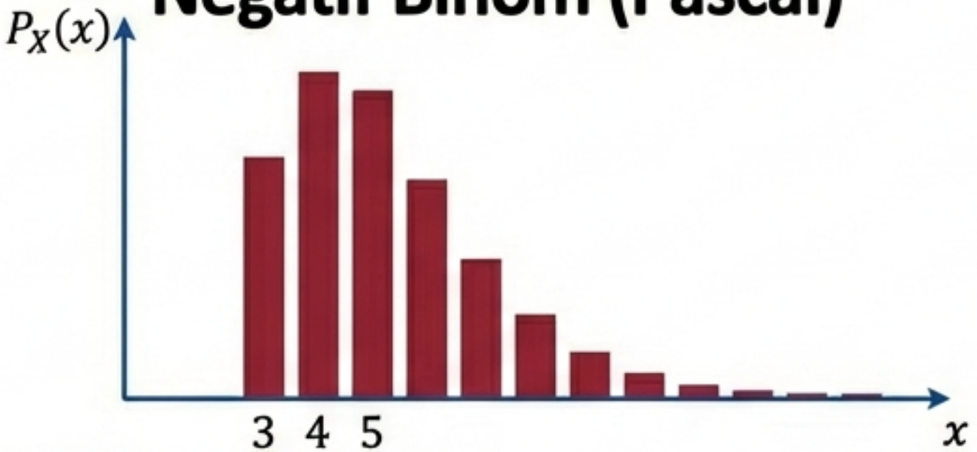
Kesikli Dağılımlar: Bekleme Süreleri

Geometrik Dağılım



- İlk başarıyı elde edene kadar geçen deneme sayısı.
- Hafızasızdır (Memory-less).
- Örnek: Tura gelene kadar para atmak.

Negatif Binom (Pascal)

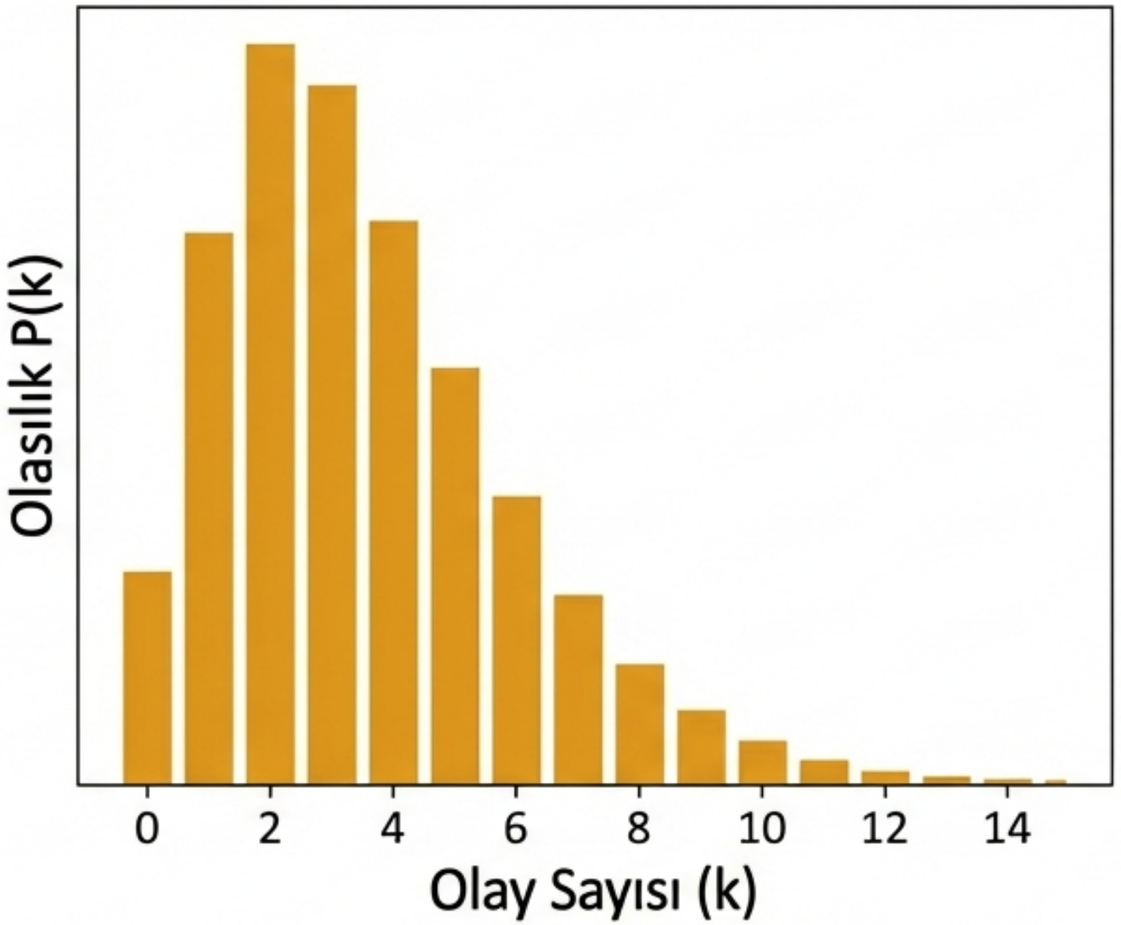


- Belirlenen *m*. başarıya ulaşana kadar geçen deneme sayısı.
- Örnek: 3. golü atana kadar çekilen şut sayısı.

NotebookLM

Kesikli Dağılımlar: Poisson Dağılımı

Nadir olayların modellenmesi.



Definition: Belirli bir zaman veya mekanda gerçekleşen olay sayısı.

Parameter: λ (Ortalama oran).

Insight: Ortalama artarken Normal dağılıma yakınsar.

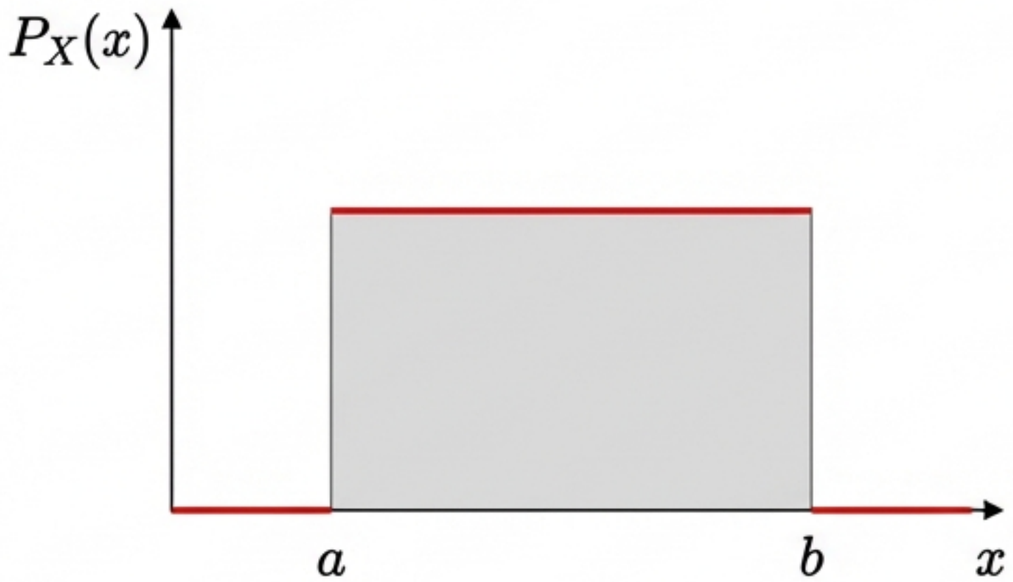
Örnek:

- Çağrı merkezine gelen arama sayısı.
- Aylık trafik kazası sayısı.

NotebookLM

Sürekli Dağılımlar: Zaman ve Aralık

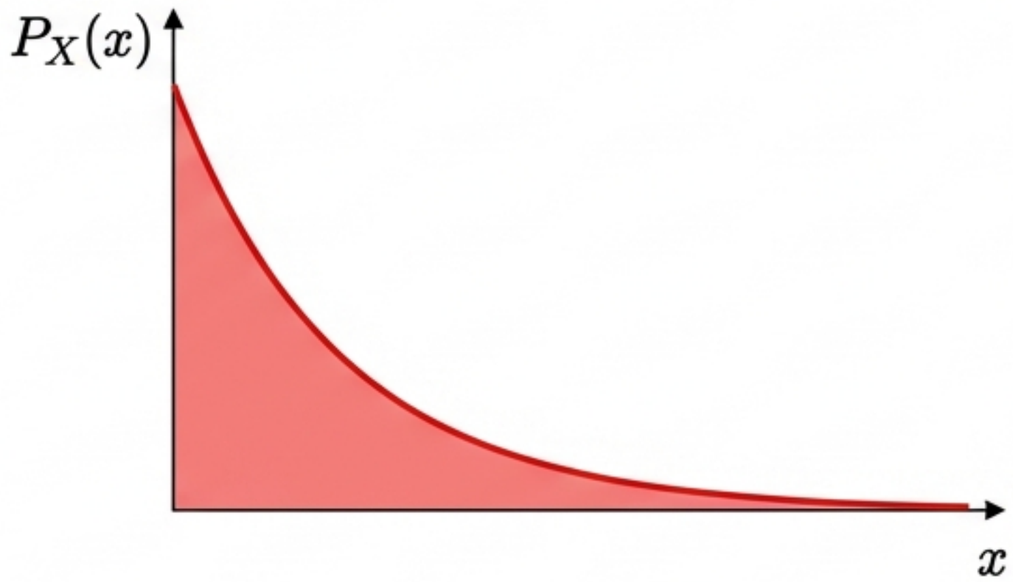
Sürekli Düzgün (Uniform)



$[a, b]$ aralığında olasılık sabittir.

Örnek: Otobüs bekleme süresi.

Üstel (Exponential)



Olaylar arasında geçen süre.

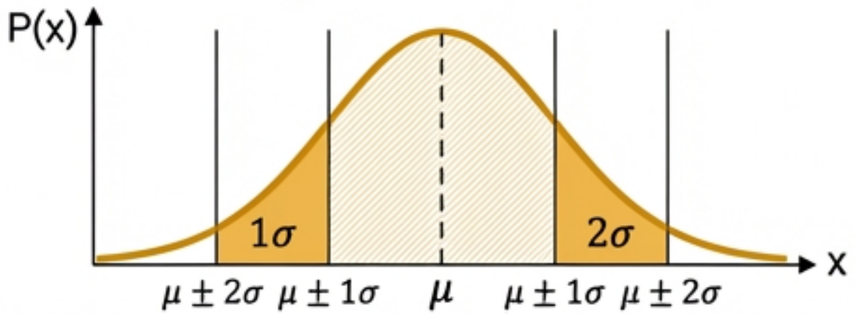
Poisson sürecinin zaman boyutudur.
Hafızasızdır.

Örnek: İki telefon araması arasındaki süre.

NotebookLM

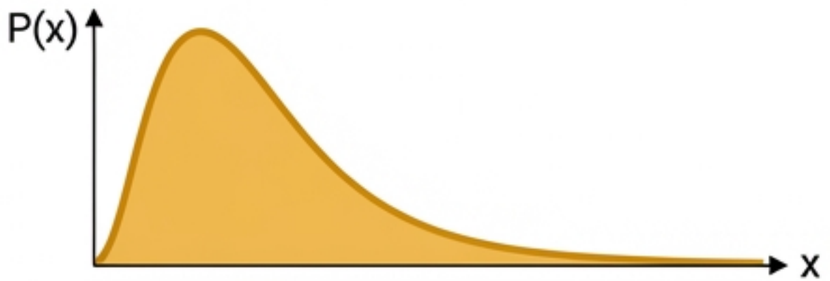
Sürekli Dağılımlar: Normal ve Log-Normal

Normal (Gaussian) Dağılım



Simetrik 'Çan Eğrisi'. Doğadaki en yaygın dağılım (Boy, Hata oranları).

Log-Normal Dağılım



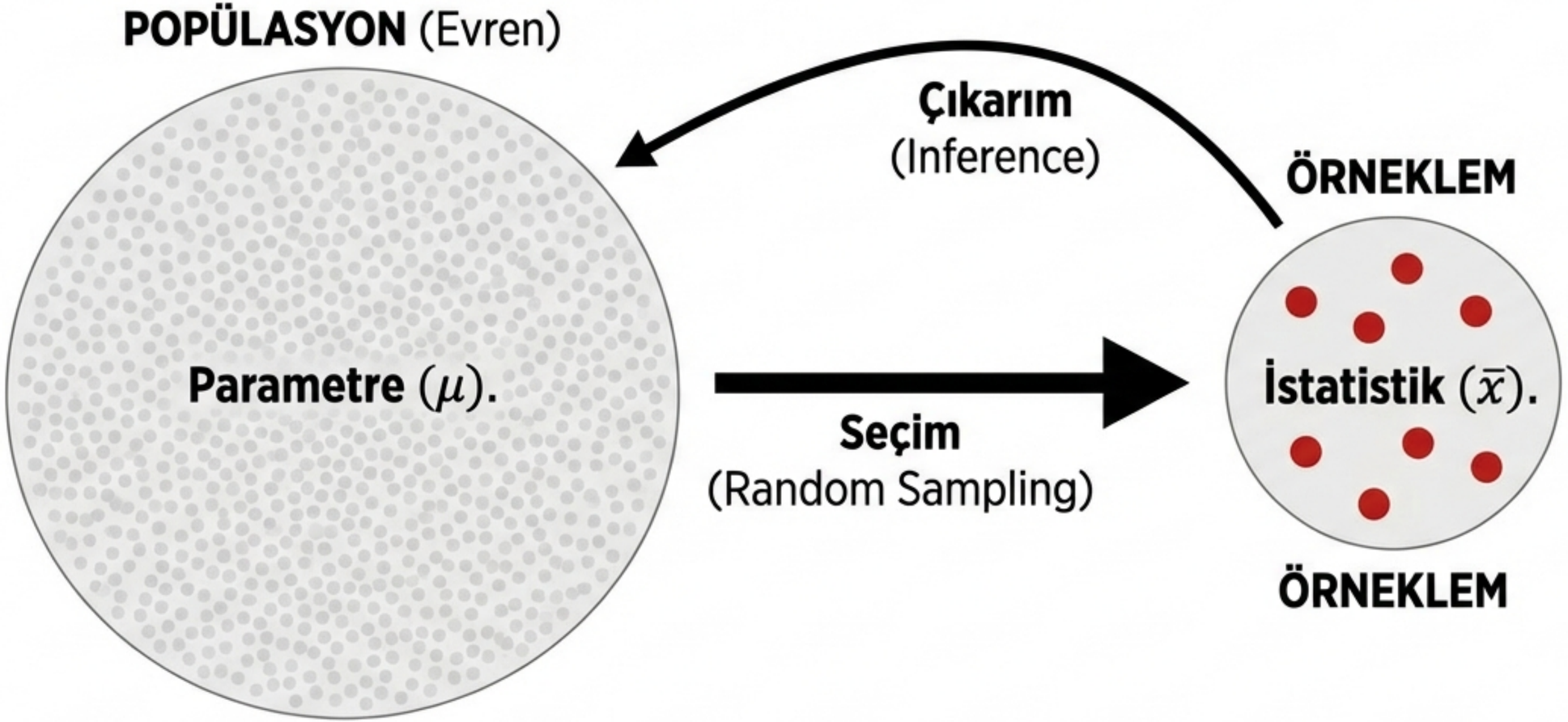
$\ln(X)$ normal dağılıyorsa oluşur. Çarpımsal büyüme süreçleri.

Örnek: Hisse senedi fiyatları, Gelir dağılımı.

NotebookLM

Örnekleme Teorisi (Sampling Theory)

Teoriden Pratiğe Köprü.



Analitik, örneklem istatistiklerini kullanarak popülasyon parametrelerini (belirli bir hata payıyla) tahmin etme sanatıdır.

NotebookLM